



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

فصل سوم

توان های گویا و عبارت های جبری

۱. ریشه و توان

۲. ریشه n ام

۳. توان های گویا

۴. عبارت های جبری

درس اول و دوم :توان و ریشه گیری

❖ یاد آوری فرمول های توان

$$1. a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}} \text{ و } a^1 = a.$$

$$2. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$3. a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$4. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$5. a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$6. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$7. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$8. a^0 = 1$$

❖ ریشه گیری

اگر $a^2 = b$ به a ریشه دوم عدد b میگویم. همچنین اگر $a^3 = b$ به a ریشه سوم عدد b میگویم.

۱. اعداد مثبت دارای دو ریشه دوم قرینه هستند.

۲. اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

۳. ریشه دوم مثبت اعداد را با رادیکال نمایش می دهیم.

۴. همه اعداد دارای یک ریشه سوم هستند که با خود عدد هم علامت هست و با رادیکال میشه نمایش داد.

$$5. \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

👉 در مورد ریشه های چهارم و پنجم و چی می تونیم بگیم ؟

اونها از نظر علامت مثل ریشه دوم و سوم هستند یعنی زوج ها مثل هم و فرد ها مثل هم. فقط به جای توان دو

میگی توان چهارم و در جواب میشه ریشه چهارم و به همین ترتیب برای ریشه های فرد

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

❖ عدد حقیقی b را ریشه k ام a می‌گیم هر گاه: $b^k = a$

نکات مهم

★ 1) $(\sqrt[k]{a})^k = a$

★ 2) $\sqrt[k]{a^k} = a$

★ 3) $\sqrt[k]{a^k} = |a|$

★ 4) $\sqrt[k]{ab} = \sqrt[k]{a} \times \sqrt[k]{b}$

★ 5) $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$

★ 6) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

★ 7) $\sqrt[k]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[k]{a}}{\sqrt[k]{b}}$

★ در ۲ مقدار k فرد و در ۳ زوج است

تمرین

حاصل عبارت های زیر را بیابید .

1. $\sqrt[4]{81}$

2. $\sqrt[3]{-128}$

3. $\sqrt[5]{-243}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

4. $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$

5. $x\sqrt{-x} \times \sqrt[3]{x}$

6. $\frac{\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[4]{a^4}}$

7. $\sqrt[5]{-32(x-y)^{10}}$

8. $\sqrt{31} \times \sqrt{6-\sqrt{5}} \times \sqrt{3+\sqrt{3-\sqrt{5}}} \times \sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

9. $\sqrt[6]{(2-\sqrt{5})^6}$

10. $\sqrt[8]{\sqrt[4]{9} \times \sqrt[4]{12}}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$11. 2\sqrt[6]{27a^3} - 2\sqrt[4]{144a^2} + 3\sqrt{12a} - \sqrt{27a}$$

$$12. \sqrt{0/09} + \sqrt[3]{0/008} - \sqrt[4]{0/0001}$$

$$13. \sqrt[21]{128 \times 3^{14}}$$

$$14. \sqrt[3]{1080}$$

$$15. \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{6 + 4\sqrt{2}}$$

$$16. \sqrt{(c-1)^2} - \sqrt{(1+c)^2} \quad c \in [-1,1]$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

17. $\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1} \times \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$

18. $\sqrt{11 - 2\sqrt{2}}$

19. $\sqrt{13 + \sqrt{48}}$

20. $\sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{11 + 4\sqrt{6}}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

درس سوم: توان های گویا

❖ در این درس چی میبینی :

- آشنایی با مفهوم گویا
- محاسبه آنها

❖ فرض کن a یک عدد مثبت باشد

$$\star a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

👉 تمام فرمول های مربوط به توان توی این قسمت نیز برقراره.

حاصل عبارت های زیر را بیابید .

21. $\sqrt[4]{\sqrt{5^3}\sqrt{5}}$

22. $\sqrt[3]{2^{\frac{2}{5}}}$

$$23. \sqrt{16^{-0/5}}$$

$$24. 81^{0/125}$$

$$25. 16\sqrt{8}$$

$$26. \sqrt{\frac{\sqrt[3]{x^5} \sqrt{y^2}}{\sqrt[6]{z^4}}}$$

$$27. 0/027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0/75}$$

$$28. \left(a^{\frac{1}{4}} \times y^{\frac{-2}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} \times a^{\frac{10}{3}} \times y^{\frac{4}{5}}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$29. \left(\sqrt[3]{\frac{x}{y}} \right)^2 \times \sqrt{\frac{1}{xy}} \times \sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}^{-1}$$

$$30. \frac{\sqrt{\frac{x}{y} \sqrt{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x}{y}}}}}{\sqrt{\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^3}{y} \sqrt{\frac{y}{x}}}}}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

درس چهارم: عبارت های جبری

❖ آنچه در این درس میبینی

- آشنایی با عبارت های جبری
- اتحاد ها
- تجزیه

از سال گذشته در مورد اتحاد ها چی میدونی؟

۱. به یک تساوی شامل متغیر گفته می شود که به ازای تمام مقادیر متغیر تساوی برقرار باشد اتحاد گفته می شود.

۱۱. اتحاد های مهم جبری به صورت زیر هستند.

(a) اتحاد مربع دو جمله ای : هنگامی از این اتحاد استفاده می شود که یک دو جمله ای به توان ۲ رسیده باشد.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(b) اتحاد مزدوج : زمانی از این اتحاد استفاده می شود که دو تا دو جمله ای که فقط در یک علامت با هم فرق دارند د رهم ضرب

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

(c) اتحاد جمله مشترک :

$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)(a) + (b) \times (c)$$

❖ اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله

زمانی از این اتحاد استفاده میشه که یه دو جمله ای و یه سه جمله ای در هم ضرب بشن . ارتباط موجود بین این دو را در تساوی زیر ببین.

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

❖ اتحاد مکعب دو جمله ای

زمانی از این اتحاد استفاده میشه که یک دو جمله ای به توان ۳ برسه.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

❖ تجزیه

یعنی تبدیل یک چند جمله ای به حاصل ضرب دو یا تجزیه ، چند جمله ای

👉 روش های تجزیه

۱. فاکتور گیری : در این روش از عامل مشترک بین جمله ها فاکتور گرفته ، جمله ها را به این عامل تقسیم کرده و در پرانتز

می نویسیم .

(a) فاکتور می تواند یک عدد مخالف ۱ باشد . در این صورت بزرگترین عددی خواهد بود که همه ضرایب بر آن بخش پذیر باشند

(b) فاکتور می تواند متغیر باشد. در این صورت متغیر مشترک با توان کمتر خواهد بود.

(c) فاکتور می تواند ترکیبی از دو حالت بالا باشد.

۱۱. استفاده از اتحاد:

(a) اتحاد مزدوج : زمانی استفاده می شود که یک دو جمله ای به صورت مربع - مربع داشته باشیم.

(b) اتحاد جمله مشترک : زمانی از این اتحاد استفاده می شود که یک سه جمله ای به صورت $x^2 + bx + c$ داشته باشیم .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

در این صورت جمله مشترک x خواهد بود و برای تعیین اعداد از جدول زیر کمک می گیریم .

مثبت C	C ضرب دو عدد و b جمع دو عدد	هر دو عدد با b هم علامت
منفی C	C ضرب دو عدد و b تفریق دو عدد	فقط عدد بزرگتر با b هم علامت

(c) اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله : تجزیه را طبق شکل زیر انجام می دهیم .

$$a^3 \pm b^3 = (a + b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

III. در کنار روش های اصلی که برای تجزیه گفته شد ، روش های دیگری نیز مانند روش A یا روش دسته بندی هم وجود دارد که در تمرین ها به آنها خواهیم پرداخت.

• حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد ها بنویسید .

1. $(x + 4)^2$

2. $\left(x - \frac{1}{4}\right)^2$

3. $(2x - 1)(2x + 7)$

4. $(x + y + 1)(x + y - 1)$

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

5. $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$

6. $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

7. $(2x + 3)^2 + (3 - 2x)^2$

8. $(3x - 2)^3$

9. $(2x - y^2)^2$

10. $(x - y)(x + y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$

11. $\left(\frac{x}{4} - \frac{y}{3}\right)^2$

12. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(8x^2 + 2)(2x + 1)$

13. $(101)^3$

14. $(1 + x^2 + x^4)(1 - x^2)$

15. $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(8x^3 + y^3)$

16. $(a - b - c)^2 - (a + b - c)^2$

• عبارات زیر را تجزیه کنید .

17. $ab - a^2b^2$

18. $(a + b)^3 + (a - b)^3 - 2b$

19. $x^2 + 6x + 9$

20. $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

21. $x^6 - 27$

22. $x^3 + 6x^2 + 9x$

23. $x^6 - y^6$

24. $a^2c^2 + b^2d^2 - b^2c^2 - a^2d^2 - 4abcd$

25. $4a^2 - b^2 - 2b + 4a$

26. $x^3 - x^2 - x + 1$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

27. $a^4 - 2a^2 + 49$

28. $x^2y^2 - x^2y^3 - 1 + y$

29. $4a^4 - 64$

30. $x^5 + x + 1$

31. $(x + 1)^3 + 8$

32. $4x^4 + 1$

33. $a + b + a^2 - b^2$

34. $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

35. $9x^2 - 3x - 2$

36. $8 - 2x - x^2$

37. $2 - by - b^3y^3$

• فرض کنید $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ ، حاصل عبارات زیر را بیابید .

38. $x^2 + \frac{1}{x^2}$

39. $x^2 - \frac{1}{x^2}$

40. $x^3 + \frac{1}{x^3}$

41. $x^3 - \frac{1}{x^3}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

42. $x^4 + \frac{1}{x^4}$

۴۳. اگر $a^2 - 14a + 49 = 0$ باشد a^6 را بیابید.

۴۴. در تجزیه $x^4 + 3x - 2$ یکی از عبارت های $x^2 - x + 2$ است، عبارت دوم را بیابید.

• حاصل عبارت های زیر را بیابید.

45. $\frac{x}{x^3-27} + \frac{x-2}{x+3}$

46. $\frac{3}{x+y} - \frac{1}{x^3+y^3}$

47. $\frac{x+1}{x^2-x} + \frac{x}{x^2-1}$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$48. \frac{13}{2x-6} - \frac{2x}{x^2-9}$$

$$49. \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \div (x+y)$$

$$50. \frac{m^3-n^3}{(mn-n^2)^2} \div \frac{mn+n^2}{m^2-n^2}$$

$$51. a \div \frac{a-1}{2} - \frac{a^3+3a(a-1)-1}{2a^2+2a} \times \frac{-4a}{a^2-2a+1} - \frac{4a^2}{a^2-1}$$

$$52. \frac{1}{a^2+3a+2} + \frac{2a}{a^2+4a+3} + \frac{1}{a^2+5a+6}$$

• مخرج کسر های زیر را گویا کنید .

$$53. \frac{2}{3-\sqrt{7}}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$54. \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$$

$$55. \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$56. \frac{x-2}{x\sqrt{2}-2\sqrt{x}}$$

$$57. \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x+1}}$$

$$58. \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}}$$

$$59. \frac{a-1}{\sqrt{a-1}-\sqrt{a+2}}$$

$$60. \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

61. $\frac{1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{y}}$

62. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}}$